

15. Übungsblatt

Besprechung: Mittwoch, 13.2.2008, in der Übung

Relevante Aufgaben: 3

Aufgabe 73

Sei $G = (V, E)$ ein perfekter Graph. Entstehe G_v^k aus G durch Ersetzen von $v \in V$ durch einen K_k , genauer

$$V(G_v^k) = (V \setminus \{v\}) \cup \{v_1, \dots, v_k\}$$

$$E(G_v^k) = (E \setminus \{e : v \in e\}) \cup \{(u, v_i) : (u, v) \in E, i = 1, \dots, k\} \cup \{(v_i, v_j) : i, j = 1, \dots, k, i \neq j\}.$$

Gib zwei Beweise dafür an, dass G_v^k perfekt ist - einen mit Benutzung des Perfect Graph Theorem, einen ohne.

Aufgabe 74

Zu einem Polytop $P \subseteq \mathbb{R}_+^n$ ist sein *Antiblock Polyeder* definiert als

$$\mathbb{A}(P) := \{y \in \mathbb{R}^n : y^\top x \leq 1 \forall x \in P\}.$$

Zeige:

- $\mathbb{A}(P)$ ist konvexe Ecke.
- $\mathbb{A}(\mathbb{A}(P)) = P \iff P$ ist konvexe Ecke.

Aufgabe 75

Ein Kommilitone präsentiert Dir unter Benutzung des in der Vorlesung gezeigten Satz

$$QSTAB(G) = STAB(G) \iff G \text{ perfekt}$$

und Aufgabe 74 einen alternativen Beweis des Perfect Graph Theorem. Hier sind seine wesentlichen Schritte:

$$\begin{aligned} & G \text{ perfekt} \\ \iff & QSTAB(G) = STAB(G) \\ \iff & \mathbb{A}(STAB(\overline{G})) = STAB(G) \\ \iff & STAB(\overline{G}) = QSTAB(\overline{G}) \\ \iff & \overline{G} \text{ perfekt} \end{aligned}$$

Ist die Argumentation korrekt? Vollziehe die einzelnen Schritte nach und beweise oder widerlege sie.