Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

Prof. Stefan Felsner
Felix König

14. Übungsblatt

Besprechung: Mittwoch, 6.2.2008, in der Übung

Relevante Aufgaben: 4

Aufgabe 68

Ein Graph G heißt *schwach chordal*, falls G und $\overline{G}$ keinen C_k mit $k \geq 5$ als induzierten Teilgraphen haben. Zeige ohne Benutzung des Strong Perfect Graph Theorem, dass chordale Graphen auch schwach chordal sind.

Aufgabe 69

Wir nennen Graphen, die aus einem K_k dadurch entstehen, dass man beliebig oft einen Knoten hinzufügt und ihn vollständig mit den Knoten einer k-Clique im bisherigen Graphen verbindet, *k-Bäume*.

Zeige, dass ein Graph G genau dann ein k-Baum ist, wenn er die folgenden drei Eigenschaften hat:

1. G ist zusammenhängend.
2. $k \leq \omega(G) \leq k+1$
3. Jeder minimale Separator von G ist eine k-Clique.

Warum heißen diese Graphen k-Bäume?

Aufgabe 70

Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit $\omega(G) \leq k+1$. Zeige:

$$|E| \leq kn - \binom{k+1}{2}$$

Zeige weiter, dass Gleichheit nur gilt, falls G ein k-Baum ist.

Aufgabe 71

Seien $a, w \geq 2$. Ein Graph $G = (V, E)$ mit $|V| = aw + 1$ heißt *a-w-partitoinierbar*, falls $G_{\setminus x}$ für alle $x \in V$ eine Partition in a Cliquen der Größe w und eine Partition in w unabhängige Mengen der Größe a besitzt.

Zeige, dass G genau dann a-w-partitionierbar ist, wenn $\chi(G_{\setminus x}) = w$ und $\theta(G_{\setminus x}) = a$ für alle $x \in V$, wobei θ die minimale Anzahl von Cliquen bezeichnet, die zur Überdeckung aller Knoten eines Graphen notwendig ist.

Zeige weiter, dass für G a-w-partitionierbar $\omega(G) = w$ und $\alpha(G) = a$ gilt.

Aufgabe 72

Finde einen a-w-partitionierbaren Graphen, der weder perfekt noch minimal imperfekt ist.