

Prof. Stefan Felsner  
Felix König

## 12. Übungsblatt

Besprechung: Mittwoch, 23.1.2008, in der Übung

Relevante Aufgaben: 6

### Aufgabe 62

Zeige:

$$P_{C_n}(x) = (x-1)^n + (-1)^n(x-1)$$

### Aufgabe 63

Sei  $G$  ein Graph mit einer Brücke  $e$  (d.h.  $G \setminus e$  hat eine Zusammenhangskomponente mehr als  $G$ ). Zeige:

$$P_{G/e}(x) = \frac{1}{x} P_{G \setminus e}(x)$$

### Aufgabe 64

Sei  $G$  ein Graph mit nichtleerer Kantenmenge. Zeige:

- Die Summe der Koeffizienten von  $P_G$  ist 0.
- Die Koeffizienten von  $P(G)$  alternieren im Vorzeichen.

### Aufgabe 65

Sei  $B$  die Menge aller Blätter eines Graphen (Knoten mit Grad 1). Zeige:

$$P_G(x) = (x-1)^{|B|} \cdot P_{G \setminus B}(x)$$

**Achtung:** Die Aussage stimmt so gar nicht - welche weitere möglichst schwache Voraussetzung fehlt?

### Aufgabe 66

Sei  $G = (V, E)$  ein Graph und sei  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$  nummeriert. Eine Menge  $C \subseteq E$  heißt *Broken Cycle*, falls es eine Kante  $e_j \in E$  mit  $(e_i \in C \Rightarrow i < j)$  gibt, so dass  $C \cup \{e_j\}$  ein Kreis ist. Zeige:

$$P_G(x) = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i a_i x^{n-i},$$

wobei  $a_i$  die Anzahl von  $i$ -Teilmengen von  $E$  bezeichnet, die keinen Broken Cycle enthalten.

### Aufgabe 67

Zeige:

$$I_1, \dots, I_n \text{ Intervalle mit } I_i \cap I_j \neq \emptyset \forall i, j \Rightarrow \bigcap_{i=1}^n I_i \neq \emptyset$$

### Aufgabe 68

Gib eine vollständige Charakterisierung aller Bäume an, die Intervallgraphen sind.