

Prof. Stefan Felsner
Felix König

12. Übungsblatt

Besprechung: Mittwoch, 23.1.2008, in der Übung

Relevante Aufgaben: 6

Aufgabe 62

Zeige:

$$P_{C_n}(x) = (x-1)^n + (-1)^n(x-1)$$

Aufgabe 63

Sei G ein Graph mit einer Brücke e (d.h. $G \setminus e$ hat eine Zusammenhangskomponente mehr als G). Zeige:

$$P_{G/e}(x) = \frac{1}{x} P_{G \setminus e}(x)$$

Aufgabe 64

Sei G ein Graph mit nichtleerer Kantenmenge. Zeige:

- Die Summe der Koeffizienten von P_G ist 0.
- Die Koeffizienten von $P(G)$ alternieren im Vorzeichen.

Aufgabe 65

Sei B die Menge aller Blätter eines Graphen (Knoten mit Grad 1). Zeige:

$$P_G(x) = (x-1)^{|B|} \cdot P_{G \setminus B}(x)$$

Achtung: Die Aussage stimmt so gar nicht - welche weitere möglichst schwache Voraussetzung fehlt?

Aufgabe 66

Sei $G = (V, E)$ ein Graph und sei $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ nummeriert. Eine Menge $C \subseteq E$ heißt *Broken Cycle*, falls es eine Kante $e_j \in E$ mit $(e_i \in C \Rightarrow i < j)$ gibt, so dass $C \cup \{e_j\}$ ein Kreis ist. Zeige:

$$P_G(x) = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i a_i x^{n-i},$$

wobei a_i die Anzahl von i -Teilmengen von E bezeichnet, die keinen Broken Cycle enthalten.

Aufgabe 67

Zeige:

$$I_1, \dots, I_n \text{ Intervalle mit } I_i \cap I_j \neq \emptyset \forall i, j \Rightarrow \bigcap_{i=1}^n I_i \neq \emptyset$$

Aufgabe 68

Gib eine vollständige Charakterisierung aller Bäume an, die Intervallgraphen sind.