

## 7. Übungsblatt

Besprechung: Mittwoch, 5.12.2007, in der Übung

Relevante Aufgaben: 4

### Aufgabe 36

- Zeige: Der de Bruijn Graph  $B_n(m)$  hat  $m$  kantendisjunkte aufspannende Bäume.
- Folgere, dass der  $B_n(m)$  sowohl  $m$ -kanten- als auch  $m$ -knotenzusammenhängend ist.

### Aufgabe 37

Sei  $x := x_1x_2 \dots x_{m^n}$  die Folge der Knoten eines Eulerkreises im  $B_{n-1}(m)$ .  $x$  ist also ein Wort über dem Alphabet  $C := \{0, \dots, m-1\}$ .

Zeige, dass  $x$  jedes Zeichen in  $C$  gleich oft enthält.

### Aufgabe 38

Ein *Sym-Kreis* ist eine zyklische Anordnung  $A := (a_1, a_2, \dots, a_n)$  von Zeichen  $a_i \in [n]$ , so dass jedes  $(n-1)$ -Prefix von Permutationen von  $[n]$  als Abschnitt  $\pi' = (a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+n-2})$  in  $A$  vorkommt.

Beispiel für  $n = 3$ :

$A = (1, 2, 1, 3, 2, 3)$  enthält  $(1, 2)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 1)$  und  $(3, 2)$  als Abschnitt.

Zeige, dass es für jedes  $n$  einen Sym-Kreis gibt.

### Aufgabe 39

Ein *universeller de Bruijn Pfad* für  $n$  ist eine unendliche Folge von Zeichen  $a_1, a_2, \dots$  aus dem unendlichen Alphabet  $A := \{0, 1, 2, \dots\}$ , so dass die ersten  $m^n$  Zeichen ein de Bruijn Kreis (d.h. ein Memory Wheel) für Wörter der Länge  $n$  über dem Alphabet  $\{0, \dots, m-1\}$  sind.

Zeige, dass es für jedes  $n$  einen universellen de Bruijn Pfad gibt.

(Tipp: Finde eine Erweiterung der ersten  $m^n$  auf die ersten  $(m+1)^n$  Zeichen der Folge durch eine Modellierung des Problems als Euler-Kreis-Problem auf einem geeigneten Graphen.)

### Aufgabe 40

Zeige, dass der  $K_{n,m}$  genau  $n^{m-1}m^{n-1}$  aufspannende Bäume hat.