Merkblatt: DEFINITIONEN ZUR GRAPHENTHEORIE

Ein *Graph* $G = (V, E)$ besteht aus einer (endlichen) Menge $V = V(G)$, deren Elemente *Knoten* genannt werden, und einer Menge $E = E(G) \subseteq \binom{V(G)}{2}$ von *Kanten.* Die Buchstaben n und m stehen meistens die Knotenzahl $n = |V|$ und die Kantenzahl $m = |E|$ eines Graphen.

Wir sagen, die Kante $e = \{u, v\}$ *verbindet* u und v. Oft schreiben wir verkürzt $e = uv$ statt $e = \{u, v\}$. Wenn $x \in e$, dann nennen wir x und e *inzident.* Wenn xy eine Kante des Graphen G ist, dann heißen x und y *benachbart* (oder *adjazent*). Die *Nachbarschaft* $N(v)$ eines Knotens $v \in V(G)$ ist die Menge der benachbarten Knoten, d.h. $N(v) = \{\, u : uv \in E\}$. Der *Grad* von v ist $d_v = |N(v)|$. Auch zwei Kanten können *benachbart* sein, das ist der Fall wenn sie einen Knoten gemeinsamen haben.

Ein *Kantenzug* (englisch walk) in $G = (V, E)$ ist eine Folge $W = v_1, v_2, \ldots, v_k$ von Knoten, so daß $e_i = v_i v_{i+1} \in E$ für $i = 1, \ldots, k-1$. Sind die Kanten verschieden, d.h. $e_i \neq e_j$ für alle $i \neq j$, dann ist der Kantenzug ein *Weg* (englisch trail). Sind auch die Knoten verscieden, d.h. $v_i \neq v_j$ für alle $i \neq j$, dann ist der Weg ein *einfacher Weg* oder *Pfad* (englisch path). Der Knoten v_1 heißt der *Anfangsknoten* und v_k der *Endknoten* von W . Die *Länge* von W ist $k-1$, also die Anzahl der in W enthaltenen Kanten.

Ein Weg dessen Anfangs- und Endpunkt zusammenfallen heißt *Kreis*, einfache Kreise werden auch *Zykel* genannt.

Wir nennen $G' = (V', E')$ einen *Untergraphen* (auch *Subgraphen*) von $G = (V, E)$ wenn $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$, wir schreiben dann $G' \subseteq G$. Wenn ein Untergraph G' alle Kanten von G enthält die Knoten aus V' verbinden, dann ist G' der von V' *induzierte Subgraph*, $G' = G[V']$.

Ein Graph $G = (V, E)$ ist *zusammenhängend* , wenn es zwischen je zwei Knoten von G einen Weg gibt. Ein bezüglich "$\subseteq$" maximaler zusammenhängender Subgraph von G ist eine *Komponente* von G. Eine Kante e ist eine *Brücke* wenn $G_e = (V, E-e)$ mehr Komponenten hat als G. Ein *isolierter Knoten* ist eine Komponente ohne Kanten. Einen Graphen ohne Kreise nennt man *Wald*, ein zusammenhängender Wald ist ein *Baum*

Zwei Graphen sind *isomorph* wenn es eine Bijektion zwischen ihren Knoten gibt die Nachbarschaften erhält. In anderen Worten $G = (V, E)$ und $G' = (V', E')$ sind isomorph wenn es eine Bijektion $\varphi : V \to V'$ gibt, so daß $uv \in E$ genau wenn $\varphi(u)\varphi(v) \in E'$.