9. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 14. Dezember 2005

Abgabe: 6. Januar 2006

relevante Aufgabenzahl: **5**

---

(50) Zeige, dass das Komplement des 3-dimensionalen Würfels nicht planar ist.

(51) Zeige, dass es keinen 4-regulären planaren Graphen mit 7 Knoten gibt.

(52) Unter der *Taillenweite* eines Graphen G versteht man die Länge eines kürzesten Kreises in G.
a) Zeige für einen zusammenhängenden planaren Graphen G mit Taillenweite $g \geq 3$

$$m \leq (n-2) \cdot \frac{g}{g-2}.$$

b) Zeige damit, dass der Petersen-Graph auch nach Entfernung einer beliebigen Kante nicht planar ist.

(53) Zeige für Graphen mit mindestens 11 Knoten, dass der Graph selbst oder sein Komplement nicht planar sind.
(Bemerkung: Die Aussage gilt sogar für Graphen mit mindestens 9 Knoten. Dies wurde 1962 durch Betrachtung aller Graphen mit 9 Knoten bewiesen. Der hier gesuchte Beweis ist deutlich weniger umfangreich.)

(54) Bette den $K_{4,4}$ auf den Torus ein.

(55) Zeige, dass für auf dem Torus einbettbare zusammenhängende Graphen gilt:

$$n - m + f \in \{0, 1, 2\}$$

a) Was folgt daraus für die maximale Kantenzahl solcher Graphen?
b) Untersuche damit, ob der $K_{4,5}$ auf dem Torus einbettbar ist.

(56) Enthält jeder minimal nichtplanare Graph G eine Kante e, für die $G \setminus e$ maximal planar ist?