6. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**
Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 23. November 2005

Abgabe: 2. Dezember 2005
relevante Aufgabenzahl: **4**

---

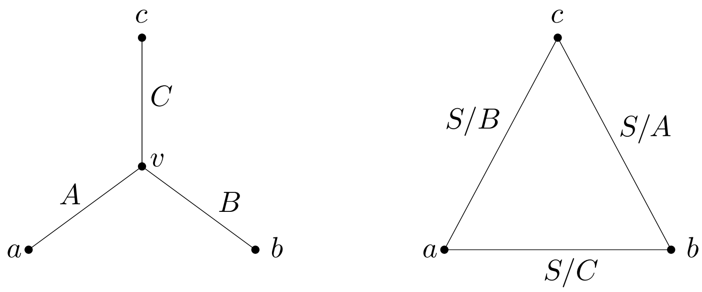
(31) Zeige, dass die untere Schranke von $\sum_{v \in V} \frac{1}{d_v+1}$ für die Größe einer unabhängigen Menge beliebig schlecht sein kann.

(32) Zeige $\alpha(G) \leq n(G) - e(G)/\Delta(G)$. Folgere daraus für reguläre Graphen $\alpha(G) \leq n(G)/2$.

(33) Randomisiere den Max-Algorithmus zur Bestimmung einer unabhängigen Menge. Analysiere die erwartete Größe der von deinem randomisierten Algorithmus berechneten unabhängigen Menge.

(34) (a) Berechne den Erwartungswert der Anzahl von Fixpunkten bei einer zufälligen Permutation von $[n]$.
(b) Betrachte einen Graphen, der aus $n/2$ disjunkten Kanten auf n Knoten besteht. Wähle zufällig k Knoten aus. Welche Anzahl induzierter Kanten ist zu erwarten?

(35) Zeige die in folgender Abbildung dargestellte Stern-Dreiecks-Transformation, wobei die Widerstände an den Kanten notiert sind und $S = AB + BC + CA$ ist.



(36) Im folgenden sollen alle Kanten Widerstand 1 haben.
(a) Nimm an, dass jede Kante eines zusammenhängenden Netzwerks in derselben Anzahl aufspannender Bäume enthalten sei. Zeige, dass dann der Gesamtwiderstand zwischen benachbarten Knoten $(n-1)/e$ ist.
(b) Wie groß ist der Widerstand zwischen zwei benachbarten Knoten eines Oktaeders, Dodekaeders und eines Ikosaeders?
(c) Wie groß ist der Widerstand zwischen zwei benachbarten Knoten des d-dimensionalen Hyperwürfels?