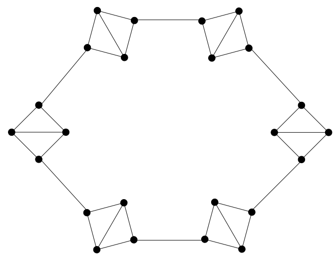
4. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**
Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 9. November 2005
Abgabe: 18. November 2005
relevante Aufgabenzahl: **4**

---

(20) Sei G von der Form des unten abgebildeten Graphen mit b Brücken (im abgebildeten Beispiel ist $b = 6$). Zeige, dass die Anzahl der aufspannenden Bäume $2b \cdot 8^b$ ist.



(21) (a) Berechne die Anzahl der aufspannenden Bäume des $K_{2,l}$. Auf wie viele Isomorphieklassen sind diese Bäume verteilt?
(b) Berechne die Anzahl der aufspannenden Bäume des $K_{3,l}$.

(22) Zeige, dass es $2n^{n-3}$ aufspannende Bäume auf n Knoten gibt, die eine bestimmte vorgegebene Kante enthalten.
Zusatz: Zeige, dass es kn^{n-k-1} aufspannende Bäume auf n Knoten gibt, die einen bestimmten vorgegebenen Baum auf k der Knoten enthalten.

(23) Sei T ein Baum mit $n \geq 3$ Knoten und $x_i = |\{v|d(v) = i\}|$.
(a) Zeige $\sum_{i=3}^{n-1}(i-2)x_i = x_1 - 2$.
(b) Wie viele nicht-isomorphe Bäume mit 5 Blättern und keinen Knoten vom Grad 2 gibt es?

(24) (a) Zeige, dass für jeden Graphen der Graph selbst oder sein Komplement zusammenhängend sind.
(b) Zeige, dass ein Graph mir mehr als 2 Knoten und sein Komplement keinen gemeinsamen Separator S mit $S < n - 1$ haben.

(25) Seien $0 < k \leq k' \leq d$ natürliche Zahlen. Zeige, dass es einen Graphen G mit $\kappa(G) = k$, $\kappa'(G) = k'$ und $\delta(G) = d$ gibt.