2. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 26. Oktober 2005

Abgabe: 4. November 2005

relevante Aufgabenzahl: **4**

---

(7) (a) Zu einer endlichen Menge A von natürlichen Zahlen definiere einen Graphen $J_A = (A, E)$, wobei $ab \in E \Longleftrightarrow a|b$ (d. h. a teilt b). Gibt es zu jedem endlichen Graphen G einen isomorphen Graphen der Form J_A?

(b) Zu einer endlichen Menge A von natürlichen Zahlen definiere einen Graphen $G_A = (A, E)$, wobei $ab \in E \Longleftrightarrow ggT(a, b) > 1$. Gibt es zu jedem endlichen Graphen G einen isomorphen Graphen der Form G_A?

(8) Sei A eine zu einem Graphen G gehörige Adjazenzmatrix. Was bedeuten die Einträge von A^k?

(9) Zeige, dass genau dann ein zu sich selbst komplementärer Graph mit n Knoten existiert, wenn n oder $n - 1$ durch 4 teilbar ist.

(10) Sei G ein Graph mit girth (kürzeste Kreislänge) 5. Zeige, dass wenn der Minimalgrad k ist, G mindestens $k^2 + 1$ Knoten hat. Finde für $k = 2$ und $k = 3$ jeweils einen solchen Graphen mit genau $k^2 + 1$ Knoten. (Zusatz: Zeige, dass es für k=4 kein solches Beispiel gibt).

(11) Die Knoten von O_k seien die k-elementigen Teilmengen von $[2k + 1]$. Disjunkte Mengen sind durch Kanten verbunden. (O_2 ist also der Petersen-Graph). Zeige für $k \geq 3$, dass die girth von O_k 6 ist.

(12) Gibt es Graphen mit streng monotonen Gradfolgen?

(13) Untersuche, welche Paare der unten abgebildeten Graphen isomorph sind.