14. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 1. Februar 2006

Abgabe: 10. Februar 2006

relevante Aufgabenzahl: **6**

---

(81) Gib jeweils ein Beispiel an, bei dem in folgenden Ungleichungen keine Gleichheit gilt:

a) $\chi_f(G) \geq \frac{n}{\alpha(G)}$

b) $\omega(G) \leq \omega_f(G) = \chi_f(G) \leq \chi(G)$

(82) Berechne für das Rad W_n (s. Aufgabe 80) $\chi_f(W_n)$.

(83) Zeige, dass $\chi(G) = 2$ genau dann, wenn $\chi_f(G) = 2$.

(84) Sei $g : \mathbb{Z}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ subadditiv, d. h. $g(a+b) \leq g(a) + g(b)$ für alle a, b. Zeige, dass für alle n und $q \geq 1$ gilt $\frac{g(m)}{m} \leq \frac{g(n)}{n} + \frac{1}{q}$, falls $m > qn$. Folgere daraus, dass $\frac{g(m)}{m}$ nur einen Häufungspunkt hat und dass dieser $\leq \frac{g(n)}{n}$ ist für alle n.
(Für uns bedeutet das:
(1) $\chi_f(G) = \lim_{b\to\infty} \frac{\chi_b(G)}{b}$ ist wohldefiniert.
(2) $\chi_f(G) \leq \frac{\chi_b(G)}{b}$.)

(85) Zeige, dass es für alle Graphen G eine natürliche Zahl b gibt, so dass $\chi_f(G) = \frac{\chi_b(G)}{b}$. Berücksichtige dabei, dass es zu jedem LP mit rationalen Koeffizienten einen optimierenden Vektor mit rationalen Koeffizienten gibt.

(86) Zeige $\chi_f(G) \cdot \chi_f(\overline{G}) \geq n(G)$. (Diese Aussage ist stärker als die nichtfraktionale Version aus Aufgabe 62).

(87) Zeige, dass für knotentransitive Graphen $\chi_f(G) = n/\alpha(G)$ gilt.
(Ein Graph heißt *knotentransitiv*, wenn es für zwei beliebige Knoten v und w einen Automorphismus des Graphen gibt, der v auf w abbildet.)