13. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

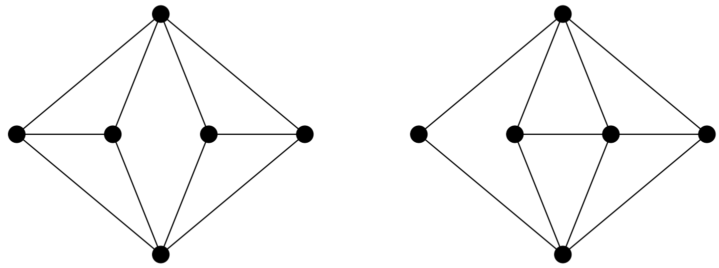
Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 25. Januar 2006

Abgabe: 3. Februar 2006

relevante Aufgabenzahl: **6**

---

(74) Zeige, ohne die chromatischen Polynome zu berechnen, dass die beiden unten abgebildeten Graphen das selbe chromatische Polynom haben.



(75) Zeige $p_{C_n}(x) = (x-1)^n + (-1)^n(x-1)$.

(76) Sei $B = \{v_1, \ldots, v_m\}$ die Menge der Blätter eines Graphen G (die Knoten vom Grad 1). Zeige

$$p_G(x) = (x-1)^m \cdot p_{G \setminus B}(x).$$

(77) Sei G ein Graph mit nichtleerer Kantenmenge. Zeige:
a) Die Summe der Koeffizienten des chromatischen Polynoms p_G ist 0.
b) Die Koeffizienten von p_G alternieren im Vorzeichen und der höchste Koeffizient hat den Wert $+1$.

(78) G enthalte eine Brücke e (d. h. eine trennende Kante). Zeige

$$p_{G/e}(x) = \frac{1}{x} \cdot p_{G \setminus e}(x).$$

(79) Ein Graph G ist k-kritisch, wenn $\chi(G) = k$ und $\chi(G \setminus v) = k-1$ für alle $v \in V(G)$. Charakterisiere die 2- und 3-kritischen Graphen.

(80) Als **Rad** W_n bezeichnen wir einen Graphen mit $n+1$ Knoten $v_0, \ldots, v_n$ und Kanten v_0v_i für $i = 1, \ldots, n$ und $v_1v_2, v_2v_3, \ldots, v_{n-1}v_n, v_nv_1$. Ein Rad W_n heißt **gerade** bzw. **ungerade**, wenn n gerade bzw. ungerade ist.
Zeige, dass ein 4-kritischer Graph (s. Aufg. 79) entweder selbst ein ungerades Rad ist oder keine Räder (weder gerade noch ungerade) als Teilgraphen enthält.