12. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 18. Januar 2006

Abgabe: 27. Januar 2006

relevante Aufgabenzahl: **5**

---

(68) Sei D eine Orientierung der Kanten von G, bei der gerichtete Wege höchstens $l(D)$ Kanten haben. Zeige:

$$\chi(G) \leq 1 + l(D).$$

Zeige, dass es für alle Graphen eine Orientierung gibt, bei der diese Beziehung mit Gleichheit erfüllt ist.

(69) Eine Orientierung der Kanten eines Graphen heißt transitiv, falls mit gerichteten Kanten uv und vw auch die Kante uw existiert. Sei G ein Vergleichbarkeitsgraph, d. h. es gibt eine transitive Orientierung der Kanten. Zeige:

$$\chi(G) = \omega(G).$$

(70) Unter dem *Kneser-Graphen* $K(n, k)$ mit $n \geq 2k - 1$ versteht man den Graphen mit den k-elementigen Teilmengen von $\{1, \ldots, n\}$ als Knoten, von denen disjunkte Teilmengen durch eine Kante verbunden sind. Zeige

$$\chi(K(n, k)) \leq n - 2k + 2$$

und stelle den Petersen-Graphen als Kneser-Graphen dar.

(71) Sei G ein k-regulärer Graph. Zeige: Besitzt G einen Schnittknoten (d. h. einen Knoten v, so dass $G \setminus v$ nicht zusammenhängend ist), so gilt $\chi'(G) > k$.

(72) Bestimme $\chi'(K_{s,t})$ und gib eine Färbung an, die mit dieser Anzahl von Farben auskommt.

(73) Sei G ein $2k$-regulärer Graph und $\chi'(G) = 2k$. Zeige, dass es eine Partition $C_1, \ldots, C_r$ von E gibt, so dass jedes C_i ein Kreis gerader Länge ist.