**11. Übung zur Vorlesung:** **Felsner/Baier**

**Diskrete Strukturen II - Graphentheorie** 11. Januar 2006

Abgabe: 20. Januar 2006

relevante Aufgabenzahl: **5**

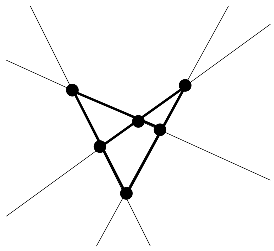
---

(61) Sei $G$ ein Graph, in dem sich alle Kreise ungerader Länge paarweise schneiden (d. h. einen gemeinsamen Knoten haben). Zeige, dass $\chi(G) \leq 5$.

(62) Zeige, dass für alle Graphen $\chi(G) \cdot \chi(\overline{G}) \geq n(G)$.

(63) Zeige, dass für alle Graphen $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \leq n(G) + 1$.

(64) Gegeben sei in der Ebene eine Menge von Geraden, von denen sich keine drei in einem Punkt schneiden. $G$ sei der Graph mit den Schnittpunkten der Geraden als Knoten, wobei zwei Knoten adjazent seien, wenn sie auf einer der Geraden direkt aufeinanderfolgen. Zeige, dass $\chi(G) \leq 3$. (Kommentar: Die Folgerung ist i. A. falsch, wenn sich drei Geraden in einem Punkt schneiden dürfen.)



(65) Sei $G$ ein Graph und $z_k(G)$ die Anzahl der Färbungen von $G$ mit $k$ Farben. Zeige folgende Rekursionsformel:

$$z_k(G) = z_k(G \setminus e) - z_k(G/e),$$

wobei $G \setminus e$ aus $G$ durch Entfernen der Kante $e$ und $G/e$ durch Kontraktion von $e$, d. h. durch Entfernen von $e$, Identifikation der beiden Endknoten und Beseitigung der dadurch erzeugten Mehrfachkanten, entsteht.
Finde eine geeignete Menge von Graphen für den Rekursionsanfang und bestimme die Werte $z_k(G)$ für diese Graphen.

(66) Zeige, dass für alle Graphen

$$\chi(G) \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2m + \frac{1}{4}}.$$

(67) Sei $G$ der Graph einer Triangulierung. Zeige, dass es genau dann eine Taitsche Kantenfärbung gibt (d. h. eine Färbung der Kanten mit 3 Farben, so dass an jedem Dreieck alle Farben vorhanden sind), wenn es eine Facettenfärbung $h : F \longrightarrow \{-1; +1\}$ gibt, bei der für jeden Knoten $v$ gilt: $\sum_{f \ni v} h(f) \equiv 0 \pmod 3$.