10. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 4. Januar 2006

Abgabe: 13. Januar 2006

relevante Aufgabenzahl: **4**

---

(57) Sei G ein planarer Graph mit n Knoten und $d(G) = \frac{1}{n}\sum_{v\in G} d(v)$ der Durchschnittsgrad von G.
(a) Zeige $d(G) < 6$.
(b) Zeige, dass jeder planare Graph mit mindestens 4 Knoten mindestens 4 Knoten vom Grad höchstens 5 hat. (Hinweis: Betrachte Triangulierungen).

(58) Der Graph G sei auf den Graphen H mit einem Maximalgrad von höchstens 3 kontrahierbar. Zeige, dass dann G eine Unterteilung von H enthält. Gilt die Behauptung auch noch, wenn H einen Knoten vom Grad mindestens 4 enthält?

(59) Zeige, dass für einen planaren Graphen G folgende Aussagen äquivalent sind:
(i) G ist bipartit.
(ii) In einer planaren Zeichnung von G hat jedes Land eine gerade Anzahl von Randkanten.
(iii) Der duale Graph G^* ist eulersch.

(60) Zeige, dass ein planarer, selbstdualer Graph mit n Knoten $2(n-1)$ Kanten hat. Gib für $n \geq 4$ einen planaren, selbstdualen Graphen mit n Knoten an.