1. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

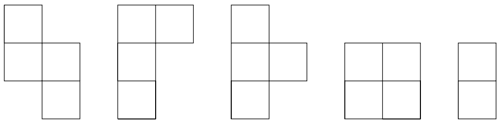
Diskrete Strukturen II - Graphentheorie 19. Oktober 2005

Abgabe: 28. Oktober 2005

relevante Aufgabenzahl: **4**

---

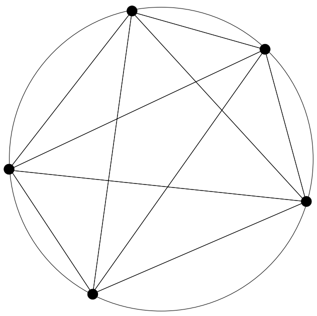
(1) Zeige, dass es keine Überdeckung des 6 x 6 - Schachbretts mit folgenden 11 Steinen gibt. Die Vielfachheiten der Steine sind durch die Zahlen in der Abbildung gegeben.



2 2 1 2 4

(2) Ist es möglich, die Zahlen $1, \ldots, 12$ so auf die Kanten eines Würfels zu verteilen, dass die Summe der anliegenden Zahlen in allen Ecken gleich ist?

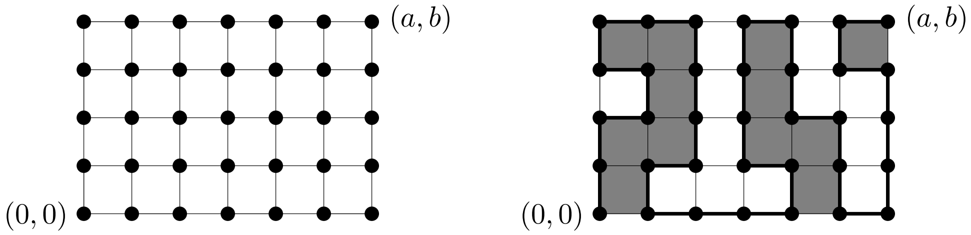
(3) Es seien n Punkte auf einem Kreis gegeben. In wie viele Gebiete wird die Kreisscheibe zerlegt, wenn alle möglichen Verbindungsstrecken eingezeichnet werden? (Die Punkte auf dem Kreis sollen dabei so liegen, dass sich keine drei Strecken in einem Punkt schneiden).



(4) Zwei Juwelendiebe haben eine Kette gestohlen, auf der $2m$ goldene und $2n$ silberne Perlen aufgereiht sind. Warum kann die Kette unabhängig von der Reihenfolge der Perlen in zwei Teile zerschnitten werden, die beide m goldene und n silberne Perlen enthalten? Warum gibt es auf dem Äquator zwei gegenüber liegende Orte, in denen die gleiche Temperatur herrscht? Wie hängen diese Fragestellungen zusammen?

(5) Zeige, dass der K_5 nicht ohne Kreuzungen in die Ebene gezeichnet werden kann.

(6) Betrachte einen ebenen Graphen mit Punkten mit ganzzahligen Koordinaten $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ als Knoten und Kanten zwischen je zwei Knoten im Abstand 1 (s. linke Abbildung). Sei W ein Weg von $(0, 0)$ nach (a, b), der alle Knoten genau einmal durchläuft. W partitioniert die Kästchen in von unten oder rechts erreichbare und von links oder oben erreichbare (in der rechten Abbildung sind die von unten oder rechts erreichbaren Kästchen schraffiert). Zeige, dass deren Anzahlen gleich sind.


(a, b)
$(0, 0)$
(a, b)
$(0, 0)$