9. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**
Graphentheorie 18. Dezember 2003
Besprechung 8. Januar 2004

Chromatisches Polynom

(49) Sei $B = \{v_1, \dots, v_m\}$ die Menge der Blätter eines Graphen G (die Knoten vom Grad 1). Zeige

$$p_G(x) = (x-1)^m \cdot p_{G\setminus B}(x).$$

(50) Sei G ein Graph mit nichtleerer Kantenmenge. Zeige: Die Summe der Koeffizienten des chromatischen Polynoms p_G ist 0.

(51) Sei G ein Graph mit nichtleerer Kantenmenge. Zeige, dass die Koeffizienten von p_G im Vorzeichen alternieren und dass der höchste Koeffizient den Wert $+1$ hat.

(52) G enthalte eine Brücke e (eine Kante, nach deren Entfernung ihre Endknoten in verschiedenen Zusammenhangskomponenten liegen). Zeige

$$p_{G/e}(x) = \frac{1}{x} \cdot p_{G\setminus e}(x).$$

Planare Graphen

(53) Zeige, dass ein planarer Graph G genau dann 2-zusammenhängend ist, wenn (bei einer planaren Einbettung) jedes Land von einem Zykel berandet wird.

(54) Betrachte die Klasse aller r-regulären planaren Graphen, in denen alle Länder von k Kanten berandet werden. Bestimme alle Parameterpaare (r, k), zu denen ein solcher Graph existiert. (Bemerkung: Auf diese Weise werden die *Platonischen Körper* charakterisiert.)