7. Übung zur Vorlesung: Graphentheorie

Besprechung 11. Dezember 2003

Felsner/Baier

4. Dezember 2003

Matchings

(37) Folgere den Satz von Hall aus dem Satz von König-Egerváry.
(Hall: Sei $G = (X, Y, E)$ ein bipartiter Graph. Wenn für alle $S \subseteq X$

$$|N(S)| \geq |S|$$

gilt, dann besitzt G ein Matching M mit $|M| = |X|$; dabei ist $N(S) = \{y \in Y : \exists s \in S \text{ mit } \{s, y\} \in E\}$, also die Nachbarschaft von S.)

(38) Betrachte eine Matrix mit Einträgen aus $\{0; 1\}$. Als Reihen sollen Zeilen und Spalten bezeichnet werden. Zwei Einsen heißen unabhängig, wenn sie nicht gemeinsam in einer Reihe enthalten sind. Zeige: Die größte Anzahl paarweise unabhängiger Einsen ist gleich der kleinsten Anzahl von Reihen, die alle Einsen überdecken.

(39) a) Zeige, dass ein inklusionsmaximales Matching nicht maximal (im Sinne der Kardinalität) sein muss.
b) Wie klein kann ein inklusionsmaximales Matching des C_n sein?

(40) Wie viele perfekte Matchings hat
a) der vollständige bipartite Graph $K_{n,n}$,
b) der vollständige Graph K_{2n}?

(41) G sei ein zusammenhängender Graph mit gerader Kantenzahl. Zeige, dass der zugehörige Kantengraph $L(G)$ ein perfektes Matching hat.

Kantenfärbungen

(42) Sei G ein k-regulärer Graph. Zeige: Besitzt G einen Schnittknoten (d. h. einen Knoten v, so dass $G \setminus v$ nicht zusammenhängend ist), so gilt $\chi'(G) > \Delta(G)$.