3. Übung zur Vorlesung: | **Felsner/Baier**

Graphentheorie | 6. November 2003

Besprechung 13. November 2003

Färbungen, Intervallgraphen, Vergleichbarkeitsgraphen

(13) Sei D eine Orientierung der Kanten von G, bei der gerichtete Wege höchstens $l(D)$ Kanten haben. Zeige:
$$\chi(G) \leq 1 + l(D).$$

(14) Zeige, dass es für alle Graphen eine Orientierung gibt, bei der die Beziehung aus Aufgabe 13 mit Gleichheit erfüllt ist.

(15) Eine Orientierung der Kanten eines Graphen heißt transitiv, falls mit gerichteten Kanten uv und vw auch die Kante uw existiert. Sei G ein Vergleichbarkeitsgraph, d. h. es gibt eine transitive Orientierung der Kanten. Zeige:
$$\chi(G) = \omega(G).$$

(16) Sei G ein Intervallgraph. Zeige:
$$\chi(\overline{G}) = \omega(\overline{G}).$$

(17) Gib einen Intervallgraphen mit der zugehörigen Intervalldarstellung an, bei dem eine Greedy-Färbung in aufsteigender Reihenfolge der rechten Intervallgrenzen keine optimale Färbung liefert.

(18) Unter dem *Kneser-Graphen* $K(n, k)$ mit $n \geq 2k - 1$ versteht man den Graphen mit den k-elementigen Teilmengen von $\{1, \ldots, n\}$ als Knoten, von denen disjunkte Teilmengen durch eine Kante verbunden sind. Zeige
$$\chi(K(n, k)) \leq n - 2k + 2$$
und stelle den Petersen-Graphen (s. Aufgabe 12) als Kneser-Graphen dar.