14. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

Graphentheorie 5. Februar 2004

Besprechung 12. Februar 2004

Dimension von Graphen

(79) Zeige, dass G genau dann eine Raupe ist, wenn $\dim(G) \leq 2$ ist.

(80) Gib eine kleinste obere Schranke für die Dimension bipartiter Graphen an.

(81) Zeige $\dim K_n \leq 2\lceil \log n \rceil + 2$.
(Hinweis: Verwende die Binärdarstellung der Knotenindizes zur Konstruktion eines Erzeugendensystems.)

(82) Der *Shift-Graph* $S_3(n)$ ist wie folgt definiert:
$V(S_3(n)) = \binom{[n]}{3}$,
$E(S_3(n)) = \{\{v, w\} : v, w \in V(S_3(n)); v = \{i, j, k\}; w = \{j, k, l\}; i < j < k < l\}$.
Zeige $\dim K_n \geq \chi(S_3(n))$.

Außerplanare Graphen

(83) Ein planarer Graph heißt *außerplanar (outerplanar)*, wenn es eine planare Einbettung gibt, bei der alle Knoten auf dem Rand eines gemeinsamen Landes liegen.
Zeige, dass jeder hamiltonsche planare Graph eine Partition seiner Kantenmenge in zwei außerplanare Graphen besitzt.

(84) Für eine natürliche Zahl $t \geq 2$ sei die (fraktionale) Dimension eines Graphen $t - 1/2$, wenn der Graph Dimension t hat und es ein Erzeugendensystem gibt, in dem zwei lineare Ordnungen einander entgegengesetzt sind.
Zeige, dass jeder Graph mit Dimension höchstens $5/2$ außerplanar ist (Def. Aufgabe 83).
(Bemerkung: Es gilt auch die Umkehrung.
Hinweis: Füge einen neuen, zu allen anderen Knoten adjazenten Knoten hinzu und zeige, dass der entstehende Graph planar ist.)