13. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**

Graphentheorie 29. Januar 2004

Besprechung 5. Februar 2004

Planarität, Kuratowski

(73) Sei H eine Unterteilung von G.
a) Wenn G hamiltonsch ist, folgt dann, dass auch H hamiltonsch ist?
b) Wenn H hamiltonsch ist, folgt dann, dass auch G hamiltonsch ist?
c) Wenn G eulersch ist, folgt dann, dass auch H eulersch ist?
d) Wenn H eulersch ist, folgt dann, dass auch G eulersch ist?

(74) Zeige, dass das Komplement des 3-dimensionalen Würfels nicht planar ist.

(75) Zeige, dass es keinen 4-regulären planaren Graphen mit 7 Knoten gibt.

Schnittbasen, Zykelbasen

(76) Sei $E(G) = \{e_1, \ldots, e_m\}$. Repräsentiere jede Teilmenge von $E(G)$ durch ihren charakteristischen Vektor (d. h. einen 01-Vektor mit m Komponenten, in dem der j-te Eintrag genau dann 1 ist, wenn e_j zu der Teilmenge gehört). Auf diese Art identifizieren wir die Teilmengen von $E(G)$ mit den Elementen eines m-dimensionalen Vektorraums $\mathcal{V}_G$ über $GF(2)$.
Gib eine graphentheoretische Charakterisierung des von den Sternen erzeugten Unterraums $\mathcal{U}_G$ und des orthogonalen Raums $\mathcal{W}_G$ an.

(77) Betrachte eine planare Einbettung eines 2-zusammenhängenden Graphen G. Zeige, dass die Ränder aller endlichen Länder eine Basis von $\mathcal{W}_G$ (s. Aufgabe 76) bilden.

(78) G sei zusammenhängend, S ein aufspannender Baum in G.
a) Jede Kante $e \in E(S)$ trennt S in zwei Zusammenhangskomponenten. Sei B_e die Menge aller Kanten in G mit Endknoten in verschiedenen Komponenten. Zeige, dass $\{B_e : e \in E(S)\}$ eine Basis von $\mathcal{U}_G$ (s. Aufgabe 76) ist und gib $\dim(\mathcal{U}_G)$ an.
b) Jede Kante $e \in E(G) \setminus E(S)$ ergänzt genau einen Weg in S zu einem Kreis C_e. Zeige, dass $\{C_e : e \in E(G) \setminus E(S)\}$ eine Basis von $\mathcal{W}_G$ (s. Aufgabe 76) ist und gib $\dim(\mathcal{W}_G)$ an.