**11. Übung zur Vorlesung:** **Felsner/Baier**

**Graphentheorie** 15. Januar 2004

Besprechung 22. Januar 2004

---

## $k$-Flüsse, nN-Flüsse, hamiltonsche Graphen, Kreisdoppelüberdeckungen, ...

(61) Zeige, dass die Anzahl der $H$-Flüsse für eine $k$-elementige abelsche Gruppe $H$ auf einem zusammenhängenden Graphen mit gegebener Orientierung $k^{m-n+1}$ ist.

(62) Zeige, dass jeder bipartite, 3-reguläre Graph ein perfektes Matching hat.

(63) Sei $G$ eine planare Triangulierung. Zeige, dass $G$ genau dann eine Partition der Knotenmenge in zwei Mengen hat, die Wälder induzieren, wenn der Dualgraph $G^*$ hamiltonsch ist.

(64) Zeige, dass jeder hamiltonsche Graph einen nN-($\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$)-Fluss besitzt.

(65) Finde Kreisdoppelüberdeckungen für die Graphen $C_m \vee K_1$, $C_m \vee 2K_1$ und $C_m \vee K_2$.

(66) a) $G$ habe einen nichtnegativen $k$-Fluss $(D, f)$. Zeige, dass $f$ in der Form $\sum_{i=1}^{k-1} f_i$ geschrieben werden kann, wobei jedes $(D, f_i)$ ein nichtnegativer 2-Fluss auf $G$ ist. (Hinweis: Induktion über $k$.)
b) Ein Digraph (directed graph=gerichteter Graph) heißt *gerade*, wenn $d^-(v) = d^+(v)$ für alle Knoten $v$ gilt.
Zeige, dass ein Graph genau dann einen positiven $k$-Fluss $(D, f)$ hat, wenn $D$ die Vereinigung von $k-1$ geraden Digraphen ist, so dass jede Kante $e$ aus $D$ in genau $f(e)$ vielen dieser Digraphen enthalten ist.