10. Übung "Graphen, Zufall, Algorithmen" SoSe 2004

S. Felsner für Di. 6. Juli

(1) Wir betrachte den First-Fit Algorithmus zum on-line Färben von Komplementen von Intervallgraphen (äquivalent: FF für Cliquenzerlegung von Intervallgraphen). Sei $\alpha(G)$ die Unabhängigkeitszahl des Intervallgraphen G. Zeige eine untere Schranke: FF kann gezwungen werden $2\alpha(G) - 1$ Cliquen in der Cliquenzerlegung zu verwenden.

Hinweis: Es genügt es Graphen mit $\omega(G) = 3$ zu betrachten.

(2) Wir betrachte den First-Fit Algorithmus aus Aufgabe 1. Zeige die obere Schranke: FF benötigt höchstens $2\alpha(G) - 1$ Cliquen.

Hinweis: G sei durch Intervalle gegeben, betrachte zu jeder Clique C das *private* Intervall $I_C = \bigcap_{I \in C} I$.

(3) Für den Random Walk auf dem vollständigen Graphen K_n und zwei Knoten u, v aus K_n bestimme:

- Die hitting time h_{uv}, d.h., die erwartete Anzahl von Schritten um von u nach v zu gelangen.
- Die cover time C_u, d.h., die erwartete Anzahl von Schritten die nötig sind um alle Knoten zu besuchen wenn man in u startet.

(4) Betrachte Random Walks auf stark zusammenhängenden gerichteten Graphen und beschreibe einen solchen Graphen mit n Knoten dessen cover time deutlich grösser als $O(n^3)$ ist.

(5) Für den Random Walk auf $\mathbb{Z}$ berechne zu gegebenem $n > 0$ und für alle $t > n$ die Übergangswahrscheinlichkeit $p_{ij}^{(t)}$. Interessant aber schwerer zu bestimmen sind die Wahrscheinlichkeiten $f_{ij}^{(t)}$.

(6) Hundert Passagiere sind aufgereiht um ein Flugzeug zu besteigen. Der erste hat seinen Sitznummer verloren und setzt sich auf einen zufälligen Platz. Jeder der folgenden Passgiere nimmt seinen richtigen Platz ein, wenn dieser noch frei ist, andernfalls wählt er sich zufällig einen noch unbesetzten Platz.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann der letzte Passagier auf seinem Platz sitzen? (Aus *Mathematical Puzzles* von Peter Winkler)