7. Übung "Graphen, Zufall, Algorithmen" SoSe 2004

S. Felsner für Di. 1. Juni

(1) Seien $X_{i,j}$ unabhaängige Bernoullivariablen mit $p = 1/2$ (Münzwürfe). Für $i = 1, .., n$ sei $Z_i = \sum_{j=1}^{n} X_{i,j}$. Dann gilt mit $n \to \infty$:

- $\mathsf{Pr}\Big(\forall i = 1 \ldots n \text{ gilt: } \frac{n}{2} - \frac{\sqrt{n}}{2} < Z_i < \frac{n}{2} + \frac{\sqrt{n}}{2}\Big) \to 0.$

Hinweis: Aus der Stirling Formel folgt $\binom{n}{\frac{n}{2}} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi n}}\, 2^n$.

(2) Sei X eine Menge mit n paarweise vergleichbaren Elementen.

- Wie viele Vergleiche benötigt man zur Auswahl des kleinsten und des größten Elements aus X.
- Wie viele Vergleiche benötigt man zur Auswahl des kleinsten und des zweitkleinsten Elements aus X.

(3) Gegeben n Punkte in der Ebene in allgemeiner Lage, so dass die konvexe Hülle den Ursprung nicht enthält. Wir fügen die Punkte in zufälliger Reihenfolge ein und betrachten jeweils die konvexe Hülle der eingefügten. Finde eine gute Schranke für die erwartete Anzahl von Schritten in denen sich der Abstand des Ursprungs zur konvexen Hülle ändert.

(4) Gegeben $n \geq 5$ Punkte in der Ebene. Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit, dass von vier nacheinander ausgewählten Punkten (gv. und unabh.) der letzte in der konvexen Hülle der anderen liegt *echt* kleiner als $1/4$ ist.

(5) Beschreibe, wie man einen vorhandenen Algorithmus zur Berechnung der konvexen Hülle einer Punktemenge zum Sortieren reeller Zahlen nutzen kann.