9. Übungsblatt zur Vorlesung: **Felsner/ Scheucher/ Schröder**

Diskrete Geometrie 2 (DG II) 13. Juni 2018

Besprechungsdatum: 19./21. Juni

`http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/DG2-SS18.html`

---

(1) Finde eine möglichst große Menge an Punkten, sodass kein (leeres) konvexes Fünfeck enthalten ist.
Tipp: Es existieren symmetrische Konstruktionen.

(a) Zeige $g(5) \geq 9$. Tatsächlich ist $g(5) = 9$.

(b) Zeige $h(5) \geq 10$. Tatsächlich ist $h(5) = 10$.

(2) Finde einen Beweis für $h(5) \leq g(6)$.
Tipp: Verwende die Grundidee des Beweises von Harborth: Verwende ein minimales Sechseck anstatt eines Fünfecks.

(3) Sei $k \in \mathbb{N}$ fest. Sei $g_k(n)$ die maximale Anzahl an k-gons, die man in jeder n-Punktmenge finden kann. Zeige:

(a) $g_k(n) \geq \frac{n}{n-k} g_k(n-1)$.

(b) Es gibt eine Zahl $p \in (0,1)$, sodass für jedes $n > g(k)$ und jede Punktmenge $S \subset \mathbb{R}^2$ mit n Elementen beim zufällig gleichverteilten Ziehen einer k-Teilmenge X von S die Wahrscheinlichkeit, dass X ein k-gon ist, mindestens p ist. Gib p in Abhängigkeit von k und g an.

(4) Beweise das Erdös-Szekeres-Theorem in $\mathbb{R}^d$: Zeige, dass es für alle $k, d \in \mathbb{N}$ ein $n_0 \in \mathbb{N}$ gibt, sodass man aus jeder Menge von $n \geq n_0$ Punkten in allgemeiner Lage im $\mathbb{R}^d$ (keine $d+1$ Punkte auf einer Hyperebene) jeweils k Punkte in konvexer Lage (kein Punkt in der konvexen Hülle der anderen Punkte) auswählen kann.
Tipp: Nutze die Verallgemeinerung der Konstruktion von Esther Klein vom 7. Übungsblatt.