8. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**
Diskrete Strukturen I - Kombinatorik 13. Juni 2005

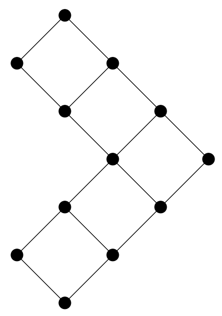
Abgabe: 20. Juni 2005
relevante Aufgabenzahl: **5**

Verbände, Dimension von Ordnungen

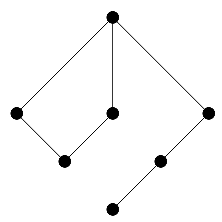
(46) Ist $(\mathbb{N} - \{0\}, ggT, kgV)$ ein (distributiver) Verband?

(47) Zeige, dass eines der beiden Distributivgesetze in einem Verband das jeweils andere impliziert.

(48) (a) Zeichne die zu folgendem distributiven Verband gehörige partielle Ordnung.

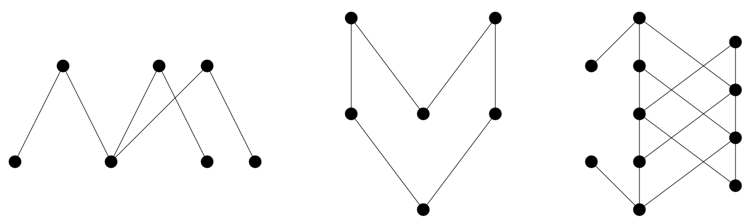


(b) Zeichne den zu folgender partiellen Ordnung gehörenden distributiven Verband.



(49) Zeige, dass eine Ordnung $\mathcal{P}$, zu der es eine konjugierte Ordnung gibt, 2-dimensional ist.

(50) (a) Zeige, dass die Dimension einer partiellen Ordnung mit höchstens 5 Elementen höchstens 2 ist.
(b) Zeige, dass die Dimensionen folgender Ordnungen 3 sind:



(51) Sei $\mathcal{P} = (P, \leq)$ und C_1, C_2 zwei disjunkte, unvergleichbare Ketten (d. h. je zwei Elemente $c_1 \in C_1, c_2 \in C_2$ sind unvergleichbar). Zeige, dass

$$\dim(X, \leq) \ \leq\ 2 + \dim(X \setminus (C_1 \cup C_2), \leq)$$

(52) Zeige, dass das Entfernen einer Antikette aus einer partiellen Ordnung deren Dimension beliebig erniedrigen kann.

(53) Wie groß ist die Dimension von partiellen Ordnungen, deren Hasse-Diagramm ein Wurzelbaum ist (s. Skizze).