**11. Übung zur Vorlesung:** **Felsner/Baier**

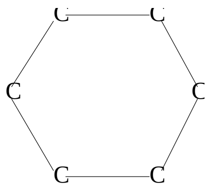
**Diskrete Strukturen I - Kombinatorik** 4. Juli 2005

Abgabe: 11. Juli 2005

relevante Aufgabenzahl: **4**

## Polya-Zähltheorie

(65) Ein Benzen-Ring besteht aus sechs Kohlenstoffatomen in den Ecken eines regelmäßigen Sechsecks. Durch Hinzufügen von Radikalen können verschiedene organische Verbindungen hergestellt werden. Wie viele Verbindungen sind möglich, wenn an jedem C-Atom wahlweise ein H-Atom, eine OH-Gruppe oder eine $CH_3$-Gruppe als Radikal angefügt wird?



(66) (a) Zeige, dass in jeder Gruppe mit einer geraden Anzahl von Elementen ein Element $g$ mit $g \neq id$ und $g^2 = id$ existiert.
(b) Zeige, dass jede Gruppe, deren Elementzahl prim ist, zyklisch ist.

(67) Wie viele verschiedene Funktionen von $\{0,1\}^3$ nach $\{0,1\}$ gibt es? Dabei sollen zwei Funktionen als äquivalent gelten, wenn sie durch Permutation der Eingangsvariablen auseinander hervorgehen. Z. B. ist $x_1x_2 + x_3$ zu $x_2x_3 + x_1$ äquivalent, nicht aber zu $x_1 + x_2 + x_3$.

(68) Auf wie viele Arten kann ein Quadrat mit drei Farben gefärbt werden, wenn
(a) nur ebene Rotationen,
(b) alle Symmetrien
erlaubt sind?

(69) Auf wie viele Arten können die Ecken eines Würfels mit $n$ Farben gefärbt werden?

(70) Auf wie viele Arten können die Kanten eines Würfels gefärbt werden, wenn sechs Kanten rot, sechs blau sein sollen?

(71) Wie viele nichtisomorphe Graphen mit vier Knoten gibt es, wenn Schleifen nicht erlaubt sind (erlaubt sind)?