10. Übung zur Vorlesung: **Felsner/Baier**
Diskrete Strukturen I - Kombinatorik 27. Juni 2005

Abgabe: 4. Juli 2005
relevante Aufgabenzahl: **4**

Möbius-Funktion, Möbius-Inversion, Inklusion-Exklusion, Gruppen

(60) Für $n \in \mathbb{N}$ sei $\pi(n) = \#(\text{Primzahlen} \leq n)$. Berechne $\pi(17^2)$.

(61) Wie viele Permutationen der Zahlen $1, 2, \ldots, 10$ gibt es, bei denen keine gerade Zahl Fixpunkt ist?

(62) (a) Zeige mit Hilfe von Inklusion-Exklusion: die Anzahl fixpunktfreier Permutationen von $\{1, \ldots, n\}$ ist $D_n = n! \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{k!}$.

(b) Wie groß ist die Anzahl $f(n, r)$ der Permutationen von $\{1, \ldots, n\}$ mit genau r Fixpunkten?

(63) Zeige mit Hilfe von Inklusion-Exklusion folgende Äquivalenz:

$$a_n = \sum_k \binom{n}{k} (-1)^k \; b_k \iff b_n = \sum_k \binom{n}{k} (-1)^k \; a_k$$

(64) (a) Zeige, dass die Permutationsgruppen $U = \{\mathrm{id}, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ und $V = \{\mathrm{id}, (13), (24), (13)(24)\}$ isomorph sind.
(b) Sind U und V permutationsisomorph? Welche geometrischen Abbildungen eines Quadrats mit von 1 bis 4 nummerierten Ecken sind in U bzw. V?