13. Übung zur Vorlesung: **Felsner/ Heldt**
Algorithmische Geometrie (KG II) 29. Januar
Abgabe: 5. Februar

---

(1) Gegeben sind n Permutationen $\sigma_i \in S_n$. Sie beschreiben, in welcher Reihenfolge n Geraden in der Ebene sich schneiden sollen, das heißt $\sigma_i(j)$ ist die j–te Gerade, die die Gerade i schneidet.

(a) Wie kann ein Arrangement von Pseudogeraden in der affinen Ebene berechnet werden, so dass sich die orientierten Pseudogeraden in der durch die Permutationen gegebenen Reihenfolge schneiden? Gib einen effizienten Algorithmus und seine Komplexität an.

(b) Wie verhält sich die selbe Problemstellung, wenn wir nicht orientierte Pseudogeraden in projektiven Ebenen betrachten?

(c) Wie kann anhand der Permuationen ein Arrangement von Geraden berechnet werden, dass sich in den entsprechenden Reihenfolgen schneidet, beziehungsweise entschieden werden, dass dies nicht möglich ist?

(2) Gib einen Algorithmus an, der in $O(n \log n)$ Schritten ein achsenparalleles Rechteck bestimmt, in dem alle Schnittpunkte eines Arrangements von n Geraden in der Ebene liegen.

(3)

(a) Zeige, dass die in der Vorlesung vorgestellte projektive Ebene mit sieben Punkten und sieben Geraden die kleinste, mögliche projektive Ebene ist.

(b) Zeige für jede endliche, projektive Ebene, dass auf jede Gerade gleichviele Punkte enthält und jeder Punkt in gleich vielen Geraden enthalten ist.

(c) Zeige, dass in jeder endlichen, projektiven Ebene genau soviele Punkte wie Geraden existieren.