

---

**10. Übung zur Vorlesung:  
Algorithmische Geometrie (KG II)**

**Felsner/ Heldt**

8. Januar

Abgabe: 15. Januar

---

- (1) Bei der Implementierung eines Webbrowsers ergibt sich das Problem, dass schnell festgestellt werden muss, ob unter dem Mauszeiger ein Hyperlink ist, falls die linke Maustaste betätigt wird. Das Gebiet, das mit einem Hyperlink assoziiert ist, kann dabei als Achsenparalleles Viereck angesehen werden.
  - (a) Gib eine Datenstruktur an, die effizient in der Lage ist, zu bestimmen, ob (und welcher) Link durch den Mauszeiger angeklickt wurde. Berücksichtige dabei insbesondere, dass die Webseite im Browser gescrollt werden kann, ohne dass die Datenstruktur dafür geändert werden muss.
  - (b) Modifiziere Deine Datenstruktur derart, dass Sie unterschiedliche Ebenen unterstützt, also dass einzelne Elemente andere verdecken. Welcher Aufwand ist nötig, wenn Elementen erlaubt werden soll, die Ebenen zu wechseln?
  - (c) Durch die Verwendung gewisser Techniken zur Webseitengestaltung ergibt sich die Möglichkeit, *schwebende* Objekte zu erstellen, die sich beim Scrollen der Seite nicht bewegen. Zum Beispiel ist es möglich eine Menüleiste stets am oberen Rand des Browsers zu positionieren, unabhängig davon, wohin auf der eigentlichen Seite gescrollt wurde. Modifiziere Deine Datenstruktur derart, dass sie auch mit derart schwebenden Objekten (auf unterschiedlichen Ebenen) stets effizient entscheiden kann, auf welchen Bereich geklickt wurde.
  - (d) Auch wenn Frames heutzutage nicht mehr verwendet werden sollten, muss ein Browser sie dennoch unterstützen. Frames werfen allerdings das Problem auf, dass in verschiedenen Teilen des Browserfensters unabhängig voneinander gescrollt werden kann. Wie kann die Datenstruktur verwendet werden, um auch dieses Problem zu lösen?
- (2) Wir modifizieren nun das Problem der Punkt Lokalisierung. Dabei nehmen wir an, dass es anstatt zu einer Unterteilung viele Anfragen, zu jeder Anfrage eine neue Unterteilung gibt. Es lohnt sich also nicht mehr, eine komplexe Datenstruktur zu erstellen, da sich die Kosten des Aufbaus nicht durch viele Anfragen amortisieren. Als Eingabe erhalten wir also eine Unterteilung und einen Punkt  $q \in \mathbb{R}^2$ . Die Unterteilung ist dabei als planarer, zusammenhängender Graph in Form einer Adjazenzliste mit zyklisch sortierten Nachfolgern und  $xy$ -Koordinaten der Knoten gegeben. Nun soll bestimmt werden, in welcher der Flächen des Graphen  $q$  liegt. Gib einen Algorithmus an, der dieses Problem in einer Rechenzeit von  $O(n)$  (bei einem Graphen mit  $n$  Knoten) löst.
- (3) Gegeben sei eine Menge von  $n$  Intervallen  $[a_i, b_i] \subseteq \mathbb{R}$ . Beschreibe eine Datenstruktur, die es erlaubt, effizient die folgenden Anfragen zu beantworten.
  - (a) Ist ein gegebenes  $x \in \mathbb{R}$  in einem der Intervalle enthalten?
  - (b) In wievielen der Intervalle ist  $x$  enthalten?
  - (c) Schneidet das Intervall  $[a, b]$  eines der Intervalle  $[a_i, b_i]$  mit  $i \in \{1, \dots, n\}$ ?