**6. Übung zur Vorlesung:** **Felsner/ Heldt**

**Algorithmische Geometrie (KG II)** 27. November

Abgabe: 04. Dezember

---

(1) Verteile zufällig $n$ Bälle auf $m$ Töpfe. Bezeichne $X_j$ die Anzahl an Bällen in Topf $j$. Bestimme $\Pr(X_j = k)$.

(2) Gegeben seien $n = 2^m$ ganze Zahlen $\{a_1, \ldots, a_n\}$ aus dem Intervall $[0, 2^k)$ mit $k \geq m$. Sortiere diese Zahlen, indem sie auf $n$ Töpfe $b_j := \left\{a_i \mid \lfloor \frac{a_i}{2^{k-m}} \rfloor = j\right\}$ verteilt, diese Töpfe jeweils mit einem $O(|b_j|^2)$ Algorithmus sortiert, und die Ergebnisse zusammengefügt werden.

Zeige, dass diese Vorgehensweise eine erwartete Laufzeit von $O(n)$ aufweist, wenn die Elemente $a_i$ zufällig und gleichverteilt aus dem Intervall gewählt werden.

(3) Seien $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ Zahlen wie in Aufgabe 2. Gib ein Verfahren, unter Verwendung einer Aufteilung der Zahlen in Töpfe, an, um möglichst Effizient das $k$–te Element der Menge zu bestimmen. Ist der Algorithmus für zufällig und gleichverteilte $a_i$ schneller als der in der Vorlesung vorgestellt R–Select Algorithmus?

(4) Betrachte den gerichteten Graphen in der Abbildung.
Ein Wanderer startet in Knoten $a$ und geht in jedem Schritt zu einem der Nachbarknoten. Die Kantengewichte bezeichnen dabei die Warscheinlichkeit, dass der Wanderer zu genau dem anderen Ende der Kante wandert. Wo ist der Wanderer vermutlich nach 100 Schritten?