

Zirkel 10b, Aufgaben für den Sommer 2008

1. Konvergiert die Reihe

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \frac{3}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \frac{8}{2^6} + \dots$$

(im Zähler stehen Fibonacci-Zahlen)? Wenn ja, dann wie gross ist die Summe dieser Reihe?

2. Man teilt ein konvexes n -Eck mit Diagonalen in Dreiecke auf, so dass keine zwei Diagonalen sich schneiden. Auf wie viele verschiedene Weisen kann man das tun?
3. Schreiben wir alle Zahlen auf, die als Summen zweier Quadrate dargestellt werden können:

2, 5, 8, 10, 13, 17, 18, 20, 25, 26, 29, 32, 34, 37, 40, 41, 47, 50, 50, 52, ...

(Die Zahl 50 wird zweimal aufgeschrieben, da sie auf zwei verschiedene Weisen sich darstellen lässt: $50 = 1 + 49 = 25 + 25$.)

- (a) Welche Primzahlen treten in dieser Folge auf, und welche nicht?
- (b) Kannst Du sonst irgendwelche Vermutungen über das Verhalten dieser Folge aufstellen?
- (c) Wie wäre es mit den Zahlen, die sich als Summen dreier, vierer Quadrate darstellen lassen?