

## Zirkel 12b, Hausaufgaben vom 26.05.2010

(zum 02.06.2010)

### Rationale Punkte auf quadratischen Kurven

1. Zeige, dass die Kurve

$$x^2 + y^2 = 3$$

keine rationale Punkte enthält.

2. Leite aus der Formel

$$(x, y) = \left( \frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2} \right), \quad t \in \mathbb{Q}$$

für rationale Punkte auf dem Kreis  $x^2 + y^2 = 1$  die Formel

$$(a, b, c) = (u^2 - v^2, 2uv, u^2 + v^2), \quad u, v \in \mathbb{Z}, \text{ggT}(u, v) = 1$$

für primitive (d.h. mit teilerfremden  $a, b$ ) Pythagoräische Tripel her.

3. (a) Beschreibe alle rationale Punkte auf der Kurve

$$x^2 - dy^2 = 1. \tag{*}$$

- (b) Hilft die gefundene Formel, alle ganzzahlige Lösungen der Gleichung (\*) zu beschreiben?