

Zirkel 12b, Hausaufgaben vom 02.12.2009

(zum 09.12.2009)

Erzeugende Funktionen II

1. Aus der erzeugenden Funktion

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n = \frac{1 - \sqrt{1 - 4x}}{2x}$$

finde mithilfe des binomischen Satzes eine explizite Formel für die n -te Catalan-Zahl C_n .

2. (a) Beschreibe eine Korrespondenz zwischen Triangulierungen eines $(n + 2)$ -Ecks und Dyck-Pfaden von 0 nach $2n$.
(b) Beschreibe eine Korrespondenz zwischen Dyck-Pfaden von 0 nach $2n$ und Beklammerungen eines Produktes mit $n + 1$ Faktoren.
3. Mithilfe der Interpretation der Catalan-Zahlen als Anzahl der Dyck-Pfade beweise die (in der Aufgabe 1 erhaltene) Formel für C_n durch ein kombinatorisches Argument.