

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|------------|
| 1 Grundlagen | 1 |
| 1.1 Logische Grundlagen | 2 |
| 1.2 Grundlagen der Mengenlehre | 8 |
| 1.3 Abbildungen | 15 |
| 1.4 Die natürlichen Zahlen und die vollständige Induktion | 16 |
| 1.5 Ganze, rationale und reelle Zahlen | 22 |
| 1.6 Ungleichungen und Beträge | 27 |
| 1.7 Komplexe Zahlen | 36 |
| 1.8 Aufgaben | 54 |
| 2 Analysis von Funktionen einer Veränderlichen | 55 |
| 2.1 Begriff der Funktion | 56 |
| 2.2 Eigenschaften von Funktionen | 62 |
| 2.3 Elementare Funktionen | 65 |
| 2.4 Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen | 69 |
| 2.5 Eigenschaften stetiger Funktionen | 89 |
| 2.6 Differenzierbarkeit von Funktionen | 95 |
| 2.7 Lineare Approximation und Differential | 101 |
| 2.8 Eigenschaften differenzierbarer Funktionen | 105 |
| 2.9 TAYLOR-Formel und der Satz von TAYLOR | 111 |
| 2.10 Extremalprobleme | 116 |
| 2.11 BANACHScher Fixpunktsatz und NEWTON-Verfahren | 119 |
| 2.12 Kurven im \mathbb{R}^2 | 126 |
| 2.13 Integralrechnung | 136 |
| 2.14 Volumen und Oberfläche von Rotationskörpern | 162 |
| 2.15 Parameterintegrale | 165 |
| 2.16 Uneigentliche Integrale | 167 |
| 2.17 Numerische Integration | 177 |
| 2.18 Interpolation | 181 |
| 2.19 Aufgaben | 187 |
| 3 Reihen | 189 |
| 3.1 Zahlenreihen | 190 |
| 3.2 Funktionenfolgen | 199 |
| 3.3 Gleichmäßig konvergente Reihen | 205 |
| 3.4 Potenzreihen | 207 |
| 3.5 Operationen mit Potenzreihen | 210 |
| 3.6 Komplexe Potenzreihen, Reihen von $\exp x$, $\sin x$ und $\cos x$ | 211 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.7 | Numerische Integralberechnung mit Potenzreihen | 224 |
| 3.8 | Konstruktion von Reihen | 226 |
| 3.9 | FOURIER-Reihen | 229 |
| 3.10 | Aufgaben | 259 |
| 4 | Lineare Algebra | 261 |
| 4.1 | Determinanten | 267 |
| 4.2 | CRAMERSche Regel | 280 |
| 4.3 | Matrizen | 283 |
| 4.4 | Lineare Gleichungssysteme und deren Lösung | 302 |
| 4.5 | Allgemeine Vektorräume | 311 |
| 4.6 | Orthogonalisierungsverfahren nach ERHARD SCHMIDT | 325 |
| 4.7 | Eigenwertprobleme | 332 |
| 4.8 | Vektorrechnung im \mathbb{R}^3 | 350 |
| 4.9 | Aufgaben | 368 |
| 5 | Analysis im \mathbb{R}^n | 371 |
| 5.1 | Eigenschaften von Punktmenen aus dem \mathbb{R}^n | 372 |
| 5.2 | Abbildungen und Funktionen mehrerer Veränderlicher | 377 |
| 5.3 | Kurven im \mathbb{R}^n | 378 |
| 5.4 | Stetigkeit von Abbildungen | 386 |
| 5.5 | Partielle Ableitung einer Funktion | 389 |
| 5.6 | Ableitungsmatrix und HESSE-Matrix | 394 |
| 5.7 | Differenzierbarkeit von Abbildungen | 396 |
| 5.8 | Differentiationsregeln und die Richtungsableitung | 397 |
| 5.9 | Lineare Approximation | 400 |
| 5.10 | Totales Differential | 402 |
| 5.11 | TAYLOR-Formel und Mittelwertsatz | 404 |
| 5.12 | Satz über implizite Funktionen | 408 |
| 5.13 | Extremalaufgaben ohne Nebenbedingungen | 411 |
| 5.14 | Extremalaufgaben mit Nebenbedingungen | 416 |
| 5.15 | Ausgleichsrechnung | 422 |
| 5.16 | NEWTON-Verfahren für Gleichungssysteme | 425 |
| 5.17 | Aufgaben | 427 |
| 6 | Gewöhnliche Differentialgleichungen | 429 |
| 6.1 | Einführung | 430 |
| 6.2 | Allgemeine Begriffe | 431 |
| 6.3 | Allgemeines zu Differentialgleichungen erster Ordnung | 432 |
| 6.4 | Differentialgleichungen erster Ordnung mit trennbaren Variablen | 435 |
| 6.5 | Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung | 438 |
| 6.6 | Durch Transformationen lösbare Differentialgleichungen | 441 |
| 6.7 | Lineare Differentialgleichungssysteme erster Ordnung | 448 |
| 6.8 | Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung | 464 |
| 6.9 | Anmerkungen zum "Rechnen" mit Differentialgleichungen | 485 |
| 6.10 | Numerische Lösungsmethoden | 488 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 6.11 | Potenzreihen zur Lösung von Differentialgleichungen | 498 |
| 6.12 | BESSELSche und LEGENDRESche Differentialgleichungen | 501 |
| 6.13 | Rand- und Eigenwertprobleme | 512 |
| 6.14 | Nichtlineare Differentialgleichungen | 527 |
| 6.15 | Aufgaben | 541 |
| 7 | Vektoranalysis und Kurvenintegrale | 543 |
| 7.1 | Die grundlegenden Operatoren der Vektoranalysis | 544 |
| 7.2 | Rechenregeln und Eigenschaften der Operatoren der Vektoranalysis | 548 |
| 7.3 | Potential und Potentialfeld | 550 |
| 7.4 | Skalare Kurvenintegrale | 551 |
| 7.5 | Vektoriell Kurvenintegral – Arbeitsintegral | 555 |
| 7.6 | Stammfunktion eines Gradientenfeldes | 559 |
| 7.7 | Berechnungsmethoden für Stammfunktionen | 564 |
| 7.8 | Vektorpotentiale | 565 |
| 7.9 | Aufgaben | 567 |
| 8 | Flächenintegrale, Volumenintegrale und Integralsätze | 569 |
| 8.1 | Flächeninhalt ebener Bereiche | 570 |
| 8.2 | RIEMANNSches Flächenintegral | 572 |
| 8.3 | Flächenintegralberechnung durch Umwandlung in Doppelintegrale | 575 |
| 8.4 | Satz von GREEN | 581 |
| 8.5 | Transformationsformel für Flächenintegrale | 586 |
| 8.6 | Integration über Oberflächen | 591 |
| 8.7 | Satz von STOKES | 610 |
| 8.8 | Volumenintegrale | 615 |
| 8.9 | Transformationsformel für Volumenintegrale | 619 |
| 8.10 | Satz von GAUSS | 623 |
| 8.11 | Aufgaben | 632 |
| 9 | Partielle Differentialgleichungen | 635 |
| 9.1 | Was ist eine partielle Differentialgleichung? | 636 |
| 9.2 | Partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung | 637 |
| 9.3 | Beispiele von partiellen Differentialgleichungen aus der Physik . . | 640 |
| 9.4 | Wellengleichung | 643 |
| 9.5 | Wärmeleitungsgleichung | 675 |
| 9.6 | Potentialgleichung | 683 |
| 9.7 | Aufgaben | 690 |
| 10 | Funktionentheorie | 693 |
| 10.1 | Komplexe Funktionen | 694 |
| 10.2 | Differentiation komplexer Funktionen | 696 |
| 10.3 | Elementare komplexe Funktionen und Potenzreihen | 701 |
| 10.4 | Konforme Abbildungen | 703 |
| 10.5 | Integration komplexer Funktionen | 707 |
| 10.6 | Reihenentwicklungen komplexer Funktionen | 716 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 10.7 | Behandlung von Singularitäten und der Residuensatz | 717 |
| 10.8 | Berechnung von Integralen mit Hilfe des Residuensatzes | 724 |
| 10.9 | Harmonische Funktionen | 730 |
| 10.10 | Aufgaben | 735 |
| 11 | Integraltransformationen | 737 |
| 11.1 | Definition von Integraltransformationen | 738 |
| 11.2 | FOURIER-Transformation | 740 |
| 11.3 | Umkehrung der FOURIER-Transformation | 745 |
| 11.4 | Eigenschaften der FOURIER-Transformation | 746 |
| 11.5 | Anwendung der FOURIER-Transformation auf partielle Differentialgleichungen | 748 |
| 11.6 | LAPLACE-Transformation | 750 |
| 11.7 | Inverse LAPLACE-Transformation | 753 |
| 11.8 | Rechenregeln der LAPLACE-Transformation | 757 |
| 11.9 | Praktische Arbeit mit der LAPLACE-Transformation und der Rücktransformation | 764 |
| 11.10 | Aufgaben | 771 |
| 12 | Variationsrechnung und Optimierung | 773 |
| 12.1 | Einige mathematische Grundlagen | 774 |
| 12.2 | Funktionale auf BANACH-Räumen | 777 |
| 12.3 | Variationsprobleme auf linearen Mannigfaltigkeiten | 789 |
| 12.4 | Klassische Variationsrechnung | 794 |
| 12.5 | Einige Variationsaufgaben | 797 |
| 12.6 | Natürliche Randbedingungen und Transversalität | 804 |
| 12.7 | Isoperimetrische Variationsprobleme | 807 |
| 12.8 | Funktionale mit mehreren Veränderlichen | 809 |
| 12.9 | Aufgaben | 810 |
| 13 | Elemente der Tensorrechnung | 811 |
| 13.1 | Tensoralgebra | 812 |
| 13.2 | Tensoranalysis | 827 |
| 13.3 | Aufgaben | 838 |
| 14 | Wahrscheinlichkeitsrechnung | 841 |
| 14.1 | Zufällige Ereignisse | 842 |
| 14.2 | Wahrscheinlichkeit zufälliger Ereignisse | 848 |
| 14.3 | Zufallsgrößen | 857 |
| 14.4 | Zufällige Vektoren | 873 |
| 14.5 | Aufgaben | 900 |
| 15 | Statistik | 903 |
| 15.1 | Stichproben | 904 |
| 15.2 | Punktschätzung | 907 |
| 15.3 | Intervallschätzung | 913 |
| 15.4 | Statistische Tests | 926 |

| | |
|---|------------|
| 15.5 Korrelations- und Regressionsanalyse | 936 |
| 15.6 Aufgaben | 946 |
| A Formelkompendium | 949 |
| B Literaturhinweise | 963 |