

## Errata

Jörg Liesen und Volker Mehrmann, *Lineare Algebra*, 1. Auflage,  
Vieweg+Teubner Verlag, 2011, ISBN 978-3-8348-0081-7

(Stand: 02. Juni 2014)

Wir bedanken uns bei allen Finderinnen und Findern von (Tipp-)Fehlern. Unser besonderer Dank gilt Christian Mehl und Olivier Sète.

- Seite 27, erste Zeile: Hier muss natürlich  $b \in R \setminus \{0\}$  stehen, sonst wäre jedes  $a \in R$  ein Nullteiler (denn  $a * 0 = 0$  für alle  $a \in R$ ).
- Seiten 28–29, Beispiel 3.17: Seien

$$p = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot t + \dots + \alpha_n \cdot t^n, \quad q = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \dots + \beta_m \cdot t^m$$

zwei Polynome aus  $R[t]$  mit  $n \geq m$ . Wir setzen dann  $\beta_{m+1} = \dots = \beta_n = 0$  und nennen  $p$  und  $q$  *gleich*, geschrieben  $p = q$ , wenn  $\alpha_j = \beta_j$  für  $j = 0, 1, \dots, n$  gilt.

- Seite 29, Aufgabe 3.2: Ersetze “nicht-kommutative” durch “kommutative”.
- Seite 69, Formel unterhalb (6.4): Das Element der Lösungsmenge von  $\tilde{A}x = \tilde{b}$  ist gegeben durch  $[\tilde{b}_1, \dots, \tilde{b}_r, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-r}]^T$ . In der Formel sollte „ $\tilde{b}$ “ gestrichen werden.

Genauso ist in (2b) von Algorithmus 6.6 sowie am Ende von Beispiel 6.8 zu korrigieren.

- Seite 119, 4. Zeile von unten: Ersetze „muss  $\sum_{i=1}^k \gamma_i x_i$ “ durch „muss  $\sum_{i=1}^{\ell} \mu_i w_i$ “.
- Seite 121, Aufgabe 9.14: Hier sollte  $C_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  sein.
- Seite 124, Beispiel 10.3:  $g(p_1 + p_2) = 2t + 9 \neq g(p_1) + g(p_2) = 2t + 5$ .
- Seite 130, Beispiel 10.13:

$$[f]_{B_1, B_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

- Seite 138, Aufgabe 10.8 sollte so formuliert werden:  
„Sei  $\mathcal{V}$  ein  $\mathbb{Q}$ -Vektorraum mit Basis  $B_1 = \{v_1, \dots, v_n\}$ . Betrachten Sie die lineare Abbildung  $f$  ...  
(a) Berechnen Sie  $[f]_{B_1, B_1}$ .  
(b) ...“
- Seite 145, Beispiel 11.8: Hier gilt  $[w_1^*]_{B_2, \{1\}} = [1 \ 0]$  und  $[v_2^*]_{B_1, \{1\}} = [0 \ 1]$ .
- Seite 158: Zweimal  $\varphi \in [0, \pi]$  anstatt  $\varphi \in [0, \pi)$ .
- Seite 170, Aufgabe 12.8: Auf der rechten Seite der Ungleichung stehen die Klammern falsch. Die korrekte Ungleichung lautet  $(\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i)^2 \leq \sum_{i=1}^n (\gamma_i \alpha_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\beta_i / \gamma_i)^2$ .

- Seite 173, 9. Zeile: „... für die duale Abbildung ...“.
- Seite 185, Beispiel 14.7: Hier gilt  $[f]_{B, \tilde{B}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ . Diese Matrix hat das charakteristische Polynom  $t^2 - \frac{1}{2}$  und somit die Eigenwerte  $1/\sqrt{2}$  und  $-1/\sqrt{2}$ .
- Seite 189, “(3)  $\Rightarrow$  (2)”: Die Bedingung “ $\mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_j) \cap \mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_\ell) = \{0\}$  für  $j \neq \ell$ ” impliziert nicht, dass  $\mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_1) \oplus \dots \oplus \mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_k) = \mathcal{V}$  gilt. An dieser Stelle muss  $\mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_j) \cap \sum_{\ell \neq j} \mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_\ell) = \{0\}$  für  $j = 1, \dots, k$  gezeigt werden. Dies folgt mit Hilfe von Lemma 14.12:  
Sei  $j \in \{1, \dots, k\}$  fest und sei  $v \in \mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_j) \cap \sum_{\ell \neq j} \mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_\ell)$ . Dann gilt  $v = \sum_{\ell \neq j} v_\ell$  für gewisse  $v_\ell \in \mathcal{V}_f(\tilde{\lambda}_\ell)$ , also  $-v + \sum_{\ell \neq j} v_\ell = 0$ . Da Eigenvektoren zu paarweise verschiedenen Eigenwerten linear unabhängig sind (vgl. Lemma 14.12), muss insbesondere  $v = 0$  sein.
- Seite 195, Aufgabe 14.15: In der Aufgabenstellung fehlt die Voraussetzung, dass  $R_1$  und  $R_2$  jeweils  $n$  paarweise verschiedene Eigenwerte haben (vgl. Lemma 14.22, in dem die Aussage aus Aufgabe 14.15 benötigt wird).
- Seite 208, Aufgabe 15.4: Hier sollte  $K = \mathbb{C}$  sein.
- Seite 219, 1. Zeile: Streiche „ $\leq \dim(\tilde{\mathcal{U}})$ “. (Hier gilt  $d_2 \leq \min\{d_1, \dim(\tilde{\mathcal{U}})\}$ .)
- Seite 220, 13. Zeile: „... genau einen linear unabhängigen Eigenvektor ...“.
- Seite 223, 7. Zeile: Hier sollte  $d_s(1) = 0$ ,  $s \geq 3$ , stehen.
- Seite 225, Beweis von Lemma 16.17: „Wir wissen aus Lemma 16.16 ...“.
- Seiten 228–229: Hier wird an 7 Stellen das Symbol „ $\not\subset$ “ benutzt. Gemeint ist aber „echte Teilmenge“ und somit sollte „ $\subset$ “ benutzt werden (vgl. Definition 2.2).
- Seite 230, 4. Zeile: „Falls  $d_{j-1} > d_j$  ist, so gibt es  $d_{j-1} - d_j$  Jordan-Blöcke ...“.
- Seiten 236–237: Die Behauptung, dass für zwei Jordan-Zerlegungen  $SJS^{-1} = \tilde{S}\tilde{J}\tilde{S}^{-1}$  von  $A$  stets  $\tilde{S} = SP$  gilt, ist falsch. Es gelten jedoch  $\tilde{J} = P^TJP$  und  $f(J) = Pf(\tilde{J})P^T$ . Die Unabhängigkeit von  $f(A)$  von der Wahl der Jordan-Normalform kann man nun wie folgt beweisen: Satz 17.4 zeigt die Existenz eines Polynoms  $p$  mit  $f(J) = p(J)$ . Es folgt  $f(A) = Sf(J)S^{-1} = Sp(J)S^{-1} = p(A) = p(\tilde{S}\tilde{J}\tilde{S}^{-1}) = \tilde{S}P^T p(J)P\tilde{S}^{-1} = \tilde{S}f(\tilde{J})\tilde{S}^{-1}$ .
- Seite 245, erste Zeile im Beweis von Satz 17.10 (2):  $K^{n,n}$  anstatt  $\mathbb{R}^{n,n}$ .
- Seiten 266–267: In Lemma 18.22 und im Beweis von Satz 18.23 sollte jeweils  $S_A = \text{diag}(I_{n_+}, -I_{n_-}, 0_{n_0})$  stehen, sowie  $S_B = \text{diag}(I_{\tilde{n}_+}, -I_{\tilde{n}_-}, 0_{\tilde{n}_0})$ .  
Im Beweis von Satz 18.23 sollte  $x^T Ax = \sum_{j=1}^{n_+} \alpha_j^2$  anstatt  $x^T Ax = \sum_{j=1}^{n_+} \alpha_j^2 u_j^T u_j$  stehen.
- Seite 278: Die erste Gleichung auf dieser Seite sollte so aussehen:

$$A^\dagger A = W \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} W^H \in \mathbb{R}^{m,m}$$